

# 1. Kondenzátor, mapování elektrostatického pole

Tomáš Jakoubek

Fyzikální praktikum FJFI ČVUT v Praze

Kroužek: 4, skupina: 5, ZS

Datum měření: 23. 04. 2007

## 1 Abstrakt

V tomto měření jsme se zabývali přitažlivými silami mezi deskami kondenzátoru a mapováním elektrostatického pole v okolí elektrod. Naším úkolem bylo změřit přitažlivé síly při průrazu mezi deskami kondenzátoru a při průrazu na jiskřišti Wimshurstovy električky a pro tento případ určit funkci  $f$  (vztah (3)), splňující požadavky  $f(0) = 1$  a  $f(s/D)$  rostoucí s  $s$ . V případě průrazu mezi deskami nám síla vyšla závislá na vzdálenosti desek, což neodpovídá našemu očekávání. Pro případ průrazu na kulovém jiskřišti Wimshurstovy električky jsem určil hledanou funkci jako

$$f(s/D) = 0,7 \cdot \frac{s}{D} + 1 \quad (8).$$

Elektrostatické pole v okolí elektrod (pro tři různé konfigurace) jsme taktéž zmapovali.

## 2 Klíčová slova

Kondenzátor, Wimshurstova električka, elektrostatické pole, přitažlivé síly

## 3 Úvod

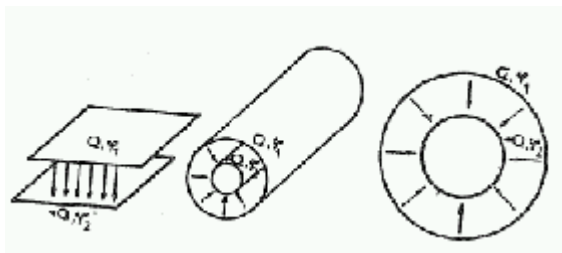
### 3.1 Úkoly

1. DÚ: Připomeňte si odvození kapacity deskového kondenzátoru.
2. DÚ: Bezpečnostní normy připouštějí maximální náboj  $50\mu C$  na deskách kondenzátoru. Stanovte jednu náhodnou geometrii deskového kondenzátoru, který by překročil tuto normu při napětí  $100kV$ .
3. Změřte přitažlivé síly mezi deskami kondenzátoru pro různé vzdálenosti desek. Náboj přivádějte až do průrazu mezi deskami kondenzátoru. Napětí odhadněte z dielektrické pevnosti vzduchu. Naměřené hodnoty silového působení změřené na vahách porovnejte s předpovědí ze vztahu (2).
4. Změřte přitažlivé síly mezi deskami kondenzátoru pro tři různé vzdálenosti desek (dle distancí). Náboj přivádějte až do průrazu na kulovém jiskřišti Wimshurstovy električky. Ze silového působení spočítejte napětí (2) a ze vztahu (3) se pokuste určit neznámou funkci  $f(s/D)$ . Experimentální data a nalezenou funkci zpracujte do grafu.
5. Zvolte si různé konfigurace elektrod, nastavte na nich napětí cca  $10V$  a zmapujte potenciál v síti  $16 \times 14$  bodů. Vyhodnoťte pomocí příslušného software v systému Linux (odečítání dat voltmetru, gnuplot). Data si vyzálohujte a proveďte důkladné vyhodnocení v domácím zpracování.

## 3.2 Základní pojmy a vztahy

### 3.2.1 Kondenzátor

Kondenzátor je soustava dvou elektrod nabitých stejně velkými náboji opačného znaménka. Siločáry vychází vždy z kladné elektrody a končí na záporné. Elektrody mohou mít obecně libovolnou geometrii, mezi základní patří např. ty na Obr. 1. Napětí na kondenzátoru je závislé na jeho geometrii, na náboji a na vlastnostech prostředí mezi elektrodami.



Obr. 1: Příklady geometrií kondenzátoru

Pro energii elektrostatického pole mezi elektrodami deskového kondenzátoru platí vztah

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 S d \quad (1),$$

kde  $S$  je plocha desek,  $d$  jejich vzdálenost,  $E$  intenzita elektrického pole a  $\epsilon_0$  permitivita vakua. Pro sílu působící mezi deskami kondenzátoru platí

$$F = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 S = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{U^2}{d^2} S \quad (2),$$

kde  $S$  je plocha desek,  $d$  jejich vzdálenost,  $E$  intenzita elektrického pole,  $U$  napětí mezi deskami a  $\epsilon_0$  permitivita vakua. Pro kulové jiskřiště (Wimshurstova elektrika) se používá vztah

$$U_a = 27,75 \left(1 + \frac{0,757}{\sqrt{\delta D}}\right) \delta \frac{s}{f} \quad (3),$$

kde  $U_a$  je počáteční napětí [kV],  $s$  je doskok (vzdálenost mezi kuličkami jiskřiště) [cm],  $D$  průměr koulí [cm],  $\delta$  relativní hustota vzduchu a  $f$  je funkce závislá na poměru  $s/D$  a na poloze jiskřiště proti zemi, tedy na geometrické pravidelnosti pole. Relativní hustotu vzduchu spočítáme jako

$$\delta = \frac{b}{760} \cdot \frac{273 + 20}{273 + t} \quad (4),$$

kde  $b$  je barometrický tlak [mm rtuňového sloupce] a  $t$  je teplota v místnosti [ $^{\circ}\text{C}$ ].

### 3.2.2 Mapování elektrostatického pole

Elektrické pole  $\vec{E}$  v daném bodě prostoru je definováno jako elektrická síla  $\vec{F}$  na jednotkový náboj  $q$ :

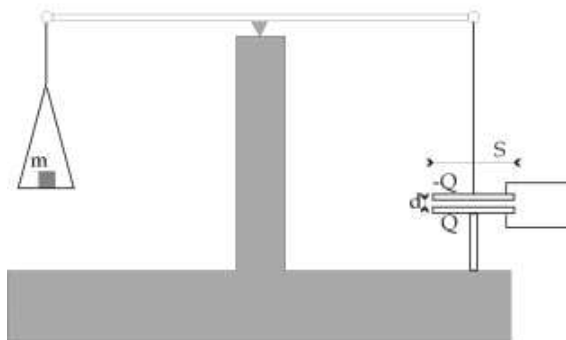
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (5).$$

Elektrické pole můžeme také charakterizovat pomocí *ekvipotenciálních ploch*.

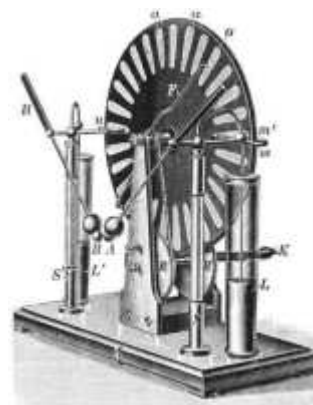
## 4 Experimentální uspořádání

### 4.1 Kondenzátor

Při měření jsme používali kondenzátor, jehož nastavení je patrné z Obr. 2. Spodní deska byla pevně přichycena, horní byla zavěšena na váhu. Obě desky byly připojeny na jiskřiště Wimshurstovy elektriky (viz. Obr. 3). Při zkratované Wimshurstově elektrice jsme váhy vynulovali, tudíž mezi naměřenou hmotností a silou, působící mezi deskami, platí vztah  $F = mg$ , kde  $g$  je tíhové zrychlení.



Obr. 2: Schéma nastavení kondenzátoru



Obr. 3: Wimshurstova elektrika

#### 4.1.1 Průraz mezi deskami kondenzátoru

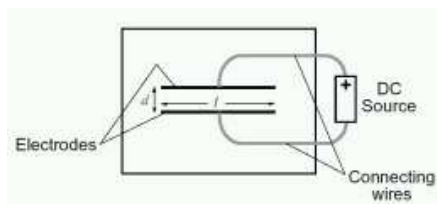
Kuličky jiskřiště Wimshurstovy elektriky jsme dali do dostatečné vzdálenosti od sebe, aby k průrazu docházelo mezi deskami kondenzátoru. Ty jsme vždy nastavili na konkrétní vzdálenost a pak nabíjeli kondenzátor (Wimshurstovou elektrickou) až do průrazu. V okamžiku průrazu jsme odečetli hmotnost na vahách.

#### 4.1.2 Průraz na jiskřišti Wimshurstovy elektriky

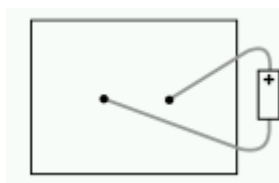
Nastavili jsme vzdálenost mezi deskami kondenzátoru a pak nabíjeli kondenzátor až do průrazu na jiskřišti Wimshurstovy elektriky. V okamžiku průrazu jsme odečetli hmotnost na vahách. Toto jsme opakovali pro různé vzdálenosti kuliček jiskřiště. Celý postup jsme opakovali pro několik různých vzdáleností desek kondenzátoru.

### 4.2 Mapování elektrostatického pole

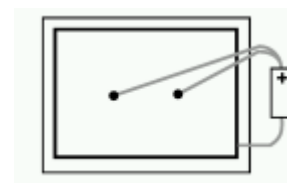
Na souřadnicovou síť jsme umístili Petriho misku s vodou a ponořili do ní dvě elektrody (použili jsme tři různé konfigurace, viz. Obr. 4, 5 a 6) napojené na zdroj stejnosměrného proudu. Napětí na elektrodách jsme nastavili na 10V. Potom jsme pomocí voltmetru měřili napětí ve všech bodech sítě.



Obr. 4: Nastavení „kondenzátor“



Obr. 5: Nastavení „plus-minus“



Obr. 6: Nastavení „plus-plus“

## 5 Analýza dat

### 5.1 Kondenzátor

Plocha desek kondenzátoru byla  $S = 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ , průměr kuliček jiskřiště Wimshurstovy elektriky  $D = 10,6 \text{ mm}$ , teplota v místnosti  $t = 24,5^\circ\text{C}$  a tlak  $p = 749 \text{ torr}$ .

### 5.1.1 Průraz mezi deskami kondenzátoru

Č. měř.	m (d = 1,0 cm) [g]	m (d = 1,5 cm) [g]	m (d = 2,0 cm) [g]
1	12,5	19,5	20,8
2	12,3	19,3	20,8
3	12,4	19,7	20,7
4	12,6	19,4	21,0
5	12,6	19,6	21,1

Tab. 1: Hmotnost, kterou ukazovaly váhy v okamžiku průrazu mezi deskami kondenzátoru v závislosti na vzdálenosti jeho desek  $d$

Ze vztahu (2), kde  $E = 30 \text{ kV/cm}$ , vychází síla (která má působit mezi deskami kondenzátoru)  $F = 3,62 \text{ N}$  – tedy nezávislá na vzdálenosti desek  $d$ . Z Tab.1 je zřejmé, že naše měření tomuto předpokladu neodpovídají.

### 5.1.2 Průraz na jiskřišti Wimshurstovy elektriky

s [cm]	m (d = 3,0 cm) [g]	m (d = 4,0 cm) [g]	m (d = 4,5 cm) [g]
1,0	7,4	3,2	3,6
1,5	12,6	7,9	5,0
2,0	16,2	11,0	7,3
2,5	19,4	12,7	9,2
3,0	23,0	15,3	10,1

Tab. 2: Hmotnost, kterou ukazovaly váhy v okamžiku průrazu na jiskřišti v závislosti na vzdálenosti desek kondenzátoru  $d$  a doskoku  $s$

Z naměřených hmotností (viz. Tab. 2) jsem určit síly ( $F = mg$ ), které v daný okamžik mezi deskami působily. Ze vztahu (2) vyjádřím napětí jako

$$U = \sqrt{\frac{2 d^2 F}{\epsilon_0 S}} \quad (6)$$

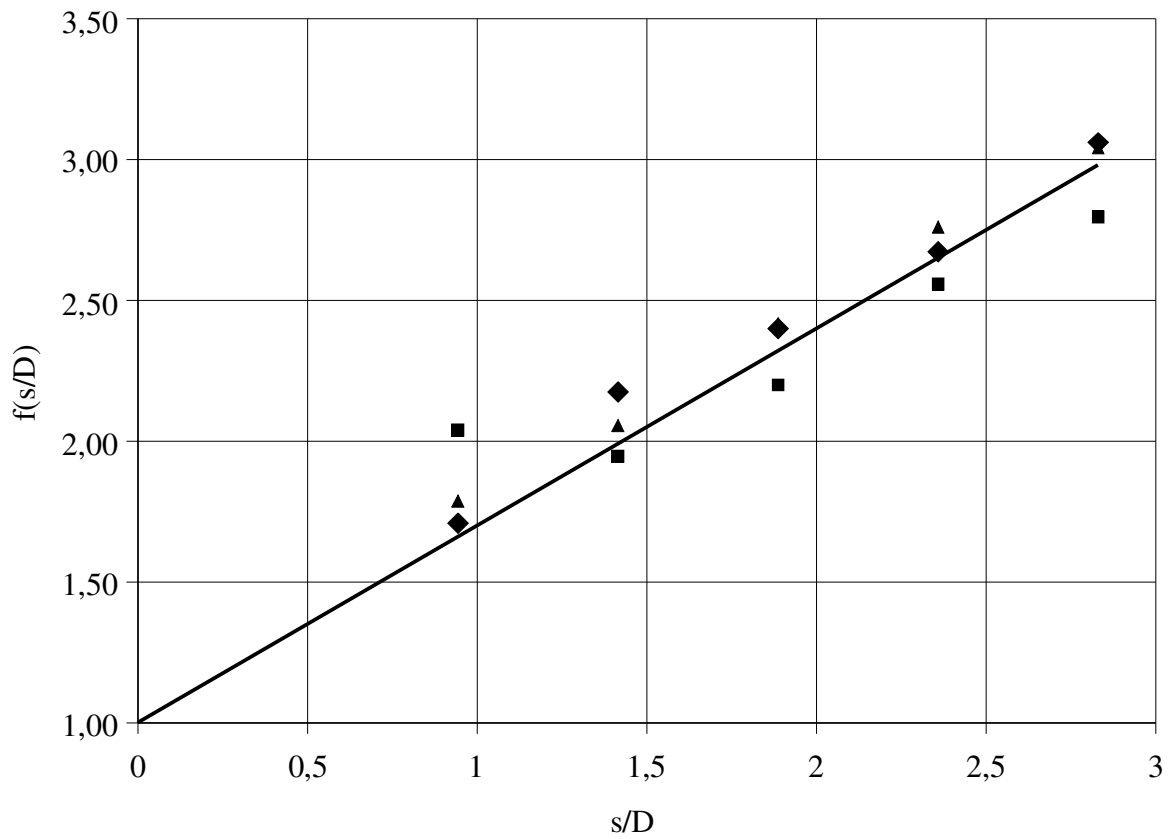
a ze vztahu (3) hledanou sílu jako

$$f = 27,75 \left(1 + \frac{0,757}{\sqrt{\delta D}}\right) \delta \frac{s}{U_a} \quad (7).$$

Z takto získaných hodnot jsem sestrojil graf  $f(s/D)$  (viz. Graf. 1) a určil hledanou funkci

$$f(s/D) = 0,7 \cdot \frac{s}{D} + 1 \quad (8)$$

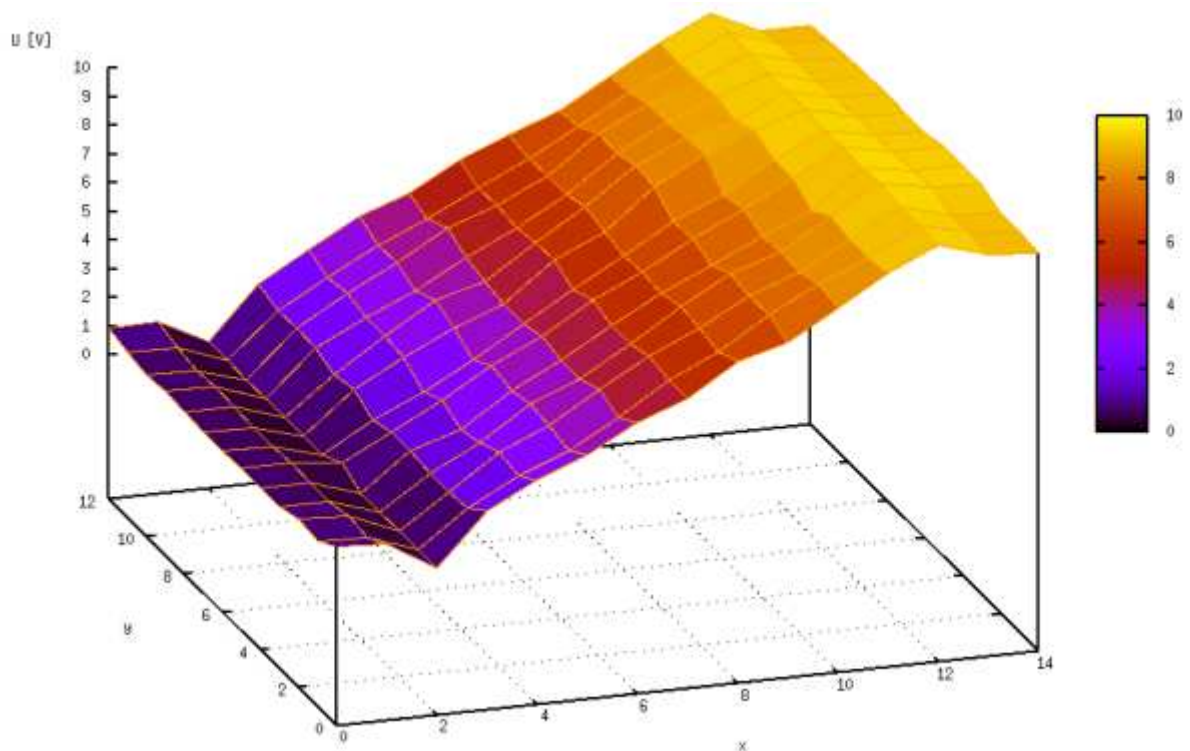
tak, aby odpovídala zadaným požadavkům ( $f(0) = 1$  a  $f(s/D)$  rostoucí s  $s$ ).



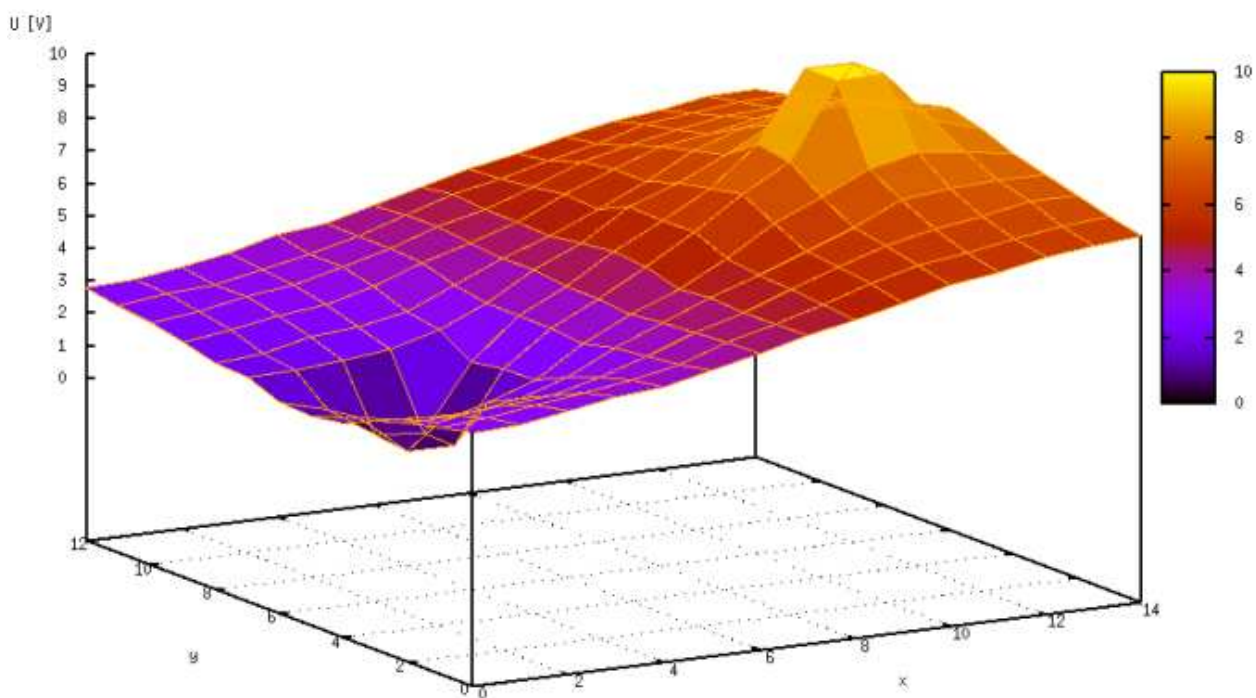
Graf. 1: Závislost hodnot spočtených podle vztahu (7) na  $s/D$ ; plnou čarou graf funkce  $f(s/D)$

## 5.2 Mapování elektrostatického pole

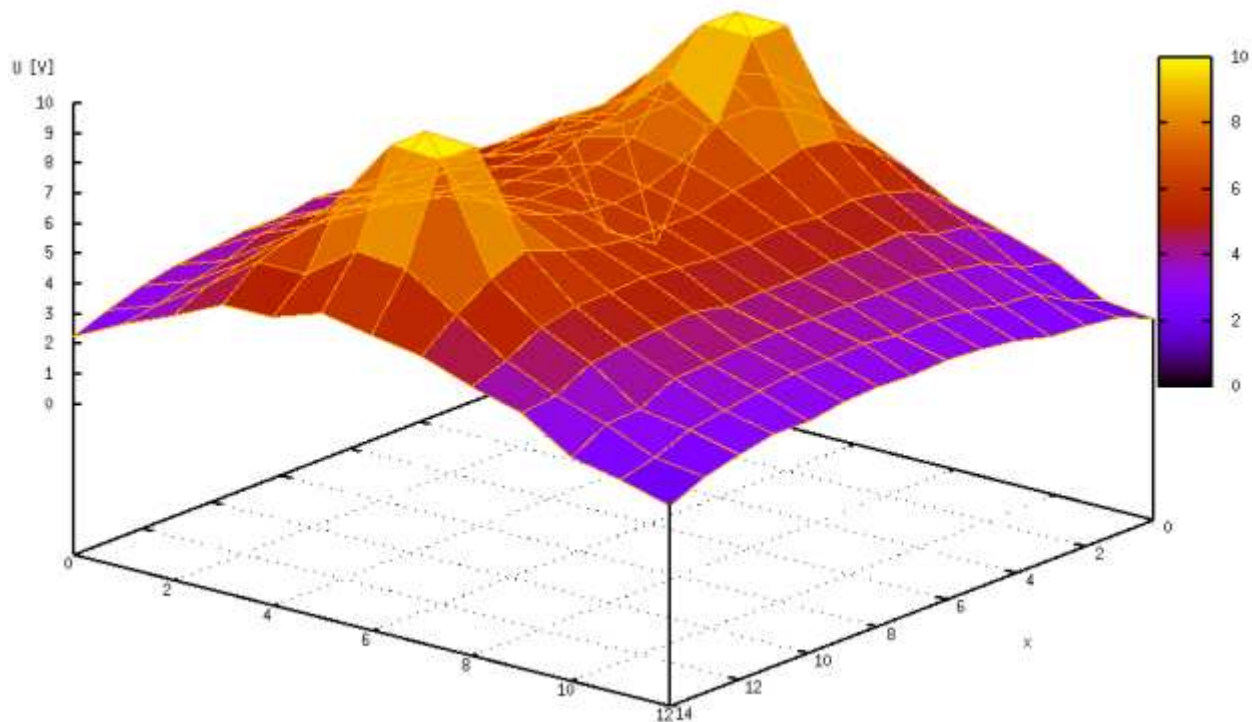
Získané hodnoty napětí v závislosti na poloze jsem zobrazil jako následující 3D grafy:



Graf. 2: 3D zobrazení závislosti napětí na poloze pro nastavení „kondenzátor“



Graf. 3: 3D zobrazení závislosti napětí na poloze pro nastavení „plus-minus“



Graf. 4: 3D zobrazení závislosti napětí na poloze pro nastavení „plus-plus“

## 6 Diskuse

Podle vztahu (2) by přitažlivé síly při průrazu mezi deskami kondenzátoru neměly být závislé na jejich vzdálenosti. Z našich měření ale vyplývá pravý opak. Otázkou je, jestli je špatný předpoklad o  $E = \text{konst.}$  nebo se vyskytla chyba v měření. Nastavení však bylo velice precizní a měření bylo provedeno opakovaně. Kdybychom nebrali ohled na hodnoty pro  $d = 1,0 \text{ cm}$ , už by vše vypadalo lépe. Pro rozhodnutí, jestli je špatná úvaha nebo naše měření by bylo potřeba provést další měření pro více různých hodnot  $d$ .

Určená lineární funkce  $f(s/D)$  velmi dobře odpovídá naměřeným hodnotám a splňuje i zadané vlastnosti.

Potenciál (resp. hodnoty napětí) v okolí elektrod odpovídá našemu očekávání. Toto měření bylo velmi snadné (pokud ovšem nezapomeneme zapnout zdroj nebo nedojdou baterie ve voltmetru), ale také velmi zlouhavé.

## 7 Závěr

Přitažlivé síly mezi deskami kondenzátoru jsme pro oba případy naměřili. V případě průrazu mezi deskami nám síla vyšla závislá na vzdálenosti desek, což neodpovídá našemu očekávání. Pro případ průrazu na kulovém jiskřišti Wimshurstovy elektriky jsem určil hledanou funkci jako

$$f(s/D) = 0,7 \cdot \frac{s}{D} + 1 \quad (8).$$

Tato funkce dobře odpovídá jak naměřeným hodnotám, tak zadaným požadavkům. Na závěr jsme zmapovali a následně v prostoru zobrazili elektrostatické pole v okolí elektrod v třech různých konfiguracích.

## 8 Reference

- [1] *Kondenzátor, mapování elektrostatického pole* [online]. [cit. 2007-04-29]. <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Praktika/Kondenzator/praktika/praktika.pdf>.

## 9 Přílohy

### 9.1 Odvození kapacity deskového kondenzátoru

Z Maxwellových rovnic

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad (9).$$

Dále platí

$$U = E d \quad (10) \quad \text{a} \quad C = \frac{Q}{U} \quad (11).$$

Dohromady

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (12).$$

## 9.2 Geometrie kondenzátoru – překročení bezpečností normy

Zadání:  $Q = 50\mu\text{C}$ ,  $U = 100\text{kV}$ . Ze vztahů (9) a (10):

$$\frac{S}{d} = \frac{Q}{\epsilon_0 U} \quad (13).$$

Aby byla bezpečnostní norma překročena, musí platit

$$\frac{S}{d} > 565 \text{ m}.$$

Tomu vyhovuje například deskový kondenzátor se vzdáleností desek  $d = 1 \text{ mm}$  a s plochou desek  $S = 565 \text{ cm}^2$ , tedy tedy například kruh o poloměru  $r = 13,4 \text{ cm}$ .