

Číslo úlohy:	Název úlohy:		Datum měření:
9	Vlnění na struně, Resonanční trubice		04. 12. 2006
Kroužek:	Skupina:	Jméno:	Klasifikace:
3	12	Tomáš Jakoubek	

Zadání:

I. Vlnění na struně:

- Seznamte se s aparaturou. Vyzkoušejte si použití generátoru kmitů a pokuste se pozorovat co nejvíce vyšších harmonických frekvencí na struně. Pozorujte, jak se vyšší harmonické frekvence mění se zatížením struny.
- Najděte lineární hustotu struny tak, že při konstantní frekvenci budete měnit zatížení na struně. Vyjděte přitom ze vztahu

$$v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (1).$$

Napněte strunu závažím o známé hmotnosti (začněte s hmotností $m = 5000$ g) a nastavte frekvenční generátor, abyste pozorovali základní mód struny. Při neměnné frekvenci pak snižujte napětí struny, dokud neuvídníte vyšší módy. Vynášejte do grafu napětí struny (spočítané za předpokladu, že $T = mg$, kde $g = 9,81 \text{ Nkg}^{-1}$) v závislosti na $1/n^2$. Ze směrnice přímky

$$T = a \frac{1}{n^2}, \quad a = 4v^2 L^2 \rho \quad (2)$$

pak určete lineární hustotu struny ρ .

- Najděte lineární hustotu struny tak, že při konstantním zatížení struny budete měnit frekvenci. Vyjděte přitom rovněž ze vztahu

$$v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} = an, \quad a = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (3).$$

Napněte strunu závažím o známé hmotnosti a nastavte frekvenční generátor tak, abyste pozorovali základní mód struny. Pak měňte frekvenci tak, abyste dosáhli vyšších harmonických módů. Vynášejte do grafu frekvenci v závislosti na počtu segmentů (kmiten). Z rovnice přímky (3) pak určete lineární hustotu struny ρ . Opakujte několikrát pro různá závaží.

- Změřte délku a hmotnost struny a spočítejte lineární hustotu z definice $\rho = m/L$. Srovnajte ji s předchozími měřeními.
- Pozorujte stojaté vlny na kruhové struně. Zapište, při kterých frekvencích módy vznikají a kolik mají segmentů (kmiten).

II. Resonanční trubice:

- Sestavte aparaturu podle návodu. Vysvětlete, co pozorujete na stínítku osciloskopu – čemu je úměrná výška signálu a čemu jeho frekvence.
- Najděte základní rezonanční mód polootevřené trubice. Pomocí posuvného mikrofonu prozkoumejte a najděte polohu kmiten a uzlů pro prvních pět vyšších harmonických módů. Srovnajte jejich polohy s teoretickými předpověďmi.
- Najděte základní rezonanční mód uzavřené trubice. Pomocí posuvného mikrofonu prozkoumejte a najděte polohu kmiten a uzlů pro prvních pět vyšších harmonických módů. Určete empirický vztah pro počet kmitajících segmentů (obdobný jako je uveden v kapitole o základních vztazích a pojmech v tomto návodu pro otevřenou a polouzavřenou trubici). Potvrďte tento vztah obdobným měřením pro další dvě délky trubice (použijte posuvný píst).

Vypracování:

Úvod do problematiky:

I. Vlnění na struně:

Vlnová rovnice pro strunu:

$$\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}(z, t) = T \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}(z, t) \quad (4),$$

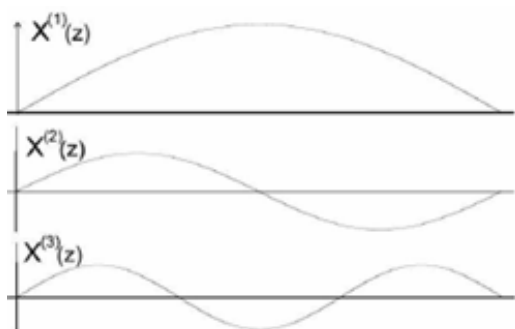
kde ρ je lineární hustota struny a T je síla napínající strunu. Abychom dostali stojaté vlnění, je třeba doplnit okrajové podmínky:

$$\psi(0, t) = \psi(L, t) = 0 \quad (5),$$

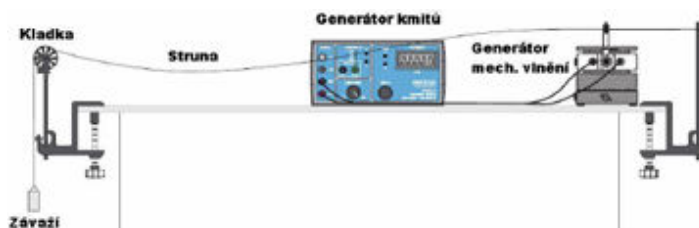
kde L je délka struny. Řešením (4) a použitím okrajových podmínek (5) se dostaneme ke vztahu pro vlastní frekvence struny

$$v_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (1),$$

kde $n = 1, 2, \dots$ Příslušné vlastní funkce určují tvar módu, viz. Obr. 1. Experimentální uspořádání pokusu viz. Obr. 2.

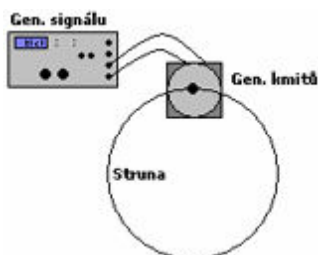


Obr. 1: Stojaté vlny na struně s pevnými konci



Obr. 2: Experimentální uspořádání pro zkoumání stojatého vlnění na struně

Stojaté vlny mohou vznikat i na kruhové struně. Zde se vlna nikde neodráží, ale interferuje sama se sebou. Experimentální uspořádání pokusu viz. Obr. 3.



Obr. 3: Experimentální uspořádání pro zkoumání stojatého vlnění na kruhové struně

II. Resonanční trubice:

Při vibracích membrány reproduktoru vzniká podélné vlnění šířící se vzduchem. Zvuk můžeme popsat pozorováním lokálních tlakových změn. Když se membrána reproduktoru pohybuje vpřed, vytváří malý objem plynu o relativně vysokém tlaku. Ten pak stlačuje plyn v objemu "vedlejší", ten stlačí vzduch v dalším sousedním objemu atd. Při pohybu membrány vzad je situace přesně opačná. Stojaté

vlny vznikají v trubici stejně jako na struně v případě, kdy se postupná vlna odražená od konce složí s vlnou postupující původním směrem. Vzniknou tak uzly – místa, ve kterých prostředí nepohybuje vůbec – a kmitny, kde prostředí kmitá s maximální amplitudou. Můžeme také zavést tlakové uzly a kmitny, ty jsou ale vůči kmitnám a uzlům pohybovým prohozené – tam, kde je pohybová kmitna je tlakový uzel a naopak. Zvuková vlna se odrazí jak od otevřeného, tak od uzavřeného konce trubice. Na uzavřeném konci je pohybový uzel, na otevřeném pohybová kmitna.

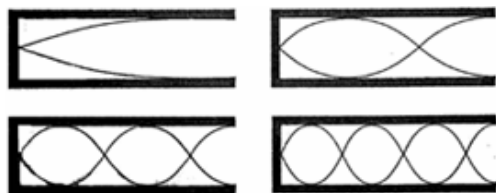
Pro rezonanční módy polouzavřené trubice platí

$$\frac{L}{l} = \frac{2n-1}{4}, \quad n=1, 2, \dots \quad (6),$$

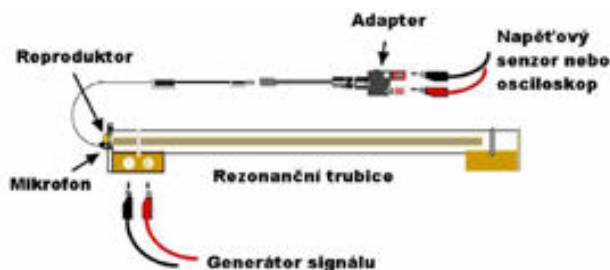
kde L je délka trubice, l vlnová délka dané stojaté vlny. V reálném případě je ovšem přesnější následující empirický vztah

$$\frac{L + 0,4 \times d}{l} = \frac{2n-1}{4}, \quad n=1, 2, \dots \quad (7),$$

kde d je průměr trubice. Zobrazení pohybových módů polouzavřené trubice viz. Obr. 4. Experimentální uspořádání viz. Obr. 5.



Obr. 4: Pohybové módy 1 – 4 v polouzavřené trubici



Obr. 5: Schéma zapojení rezonanční trubice

Použité přístroje:

- I.: Generátor mechanických kmitů PASCO, generátor signálu PASCO, kovová struna, sada závaží, analytické a technické váhy, pásový měřidlo
- II.: Rezonanční trubice, generátor signálu PASCO, osciloskop

Postup měření:

I. Vlnění na struně:

2. Lineární hustota struny při konstantní frekvenci:

Použil jsem aparaturu jako na Obr. 2. Zatížil jsem strunu závažím o hmotnosti 5 kg a našel frekvenci pro základní mód. Poté jsem nahradil závaží miskou o hmotnosti m_m , na kterou jsem přidával, resp. ubíral, závaží tak, abych našel další módy struny. Pásovým měřidlem jsem změřil účinnou délku struny L_i . Naměřené hodnoty viz. Tab. 1, závislost zatížení T na $1/n^2$ viz. Graf. 1.

3. Lineární hustota struny při konstantním zatížení:

Opět jsem použil aparaturu jako na Obr. 2. Zatížil jsem strunu závažím o hmotnosti 0,5 kg a našel frekvenci pro základní mód. Pak jsem zvyšoval frekvenci, až jsem našel další vyšší módy struny. Postup jsem opakovával pro tři různá zatížení struny. Účinná délka struny byla opět L_i . Naměřené hodnoty viz. Tab. 2, závislost frekvence ν na n viz. Graf. 2.

4. Lineární hustota struny přímou metodou:

Strunu jsem změřil celou – délka L – a poté ji zvažil na analytických vahách – hmotnost struny m_s . Z definice $\rho = m/L$ spočítám lineární hustotu.

5. Kruhová struna:

Použil jsem aparaturu jako na Obr. 3. Pomocí generátoru signálu jsem měnil frekvenci a zkoušel najít co nejvíce módů kruhové struny. Naměřené hodnoty viz. Tab. 3.

II. Resonanční trubice:

1. Sestavení aparatury:

Sestavil jsem aparaturu podle schématu na Obr. 5 a připojil osciloskop. Výška signálu je úměrná intenzitě zvuku (a je tedy vidět, kde je pohybový uzel či kmitna) a frekvence signálu frekvenci zvuku a tedy počtu amplitud.

2. Polouzavřená trubice:

Použil jsem aparaturu jako na Obr. 3, s jedním otevřeným a druhým uzavřeným koncem. Změnou frekvence jsem nastavoval harmonické módy a pomocí posuvného mikrofonu hledal pohybové kmitny (výška signálu na osciloskopu byla nulová – nebo co nejmenší). Pro výpočet teoretických poloh pohybových kmiten jsem použil vztah (7). Naměřené hodnoty viz. Tab. 4.

3. Otevřená trubice:

Opět jsem použil aparaturu jako na Obr. 3, tentokrát s oběma uzavřenými konci. Změnou frekvence jsem nastavoval harmonické módy a pomocí posuvného mikrofonu opět hledal pohybové kmitny. Postup jsem opakoval pro dvě různé délky trubice. Naměřené hodnoty viz. Tab. 5.

Naměřené hodnoty:

Celková délka struny byla $L = (157,50 \pm 0,05)$ cm, její hmotnost byla $m_s = (25,791 \pm 0,001)$ g. Z definice pak lineární hustota struny je $\rho = (16,375 \pm 0,001)$ gm⁻¹.

Hmotnost misky byla $m_m = (213,98 \pm 0,01)$ g. Účinná délka struny byla $L_{\text{ú}} = (128,30 \pm 0,05)$ cm.

Č. měř.	n []	m [kg]	ν [Hz]	a [N]	ρ [kgm ⁻¹]
1	1	5,000	20,0	49,572	0,01882
2	2	1,184			
3	3	0,494			
4	4	0,284			

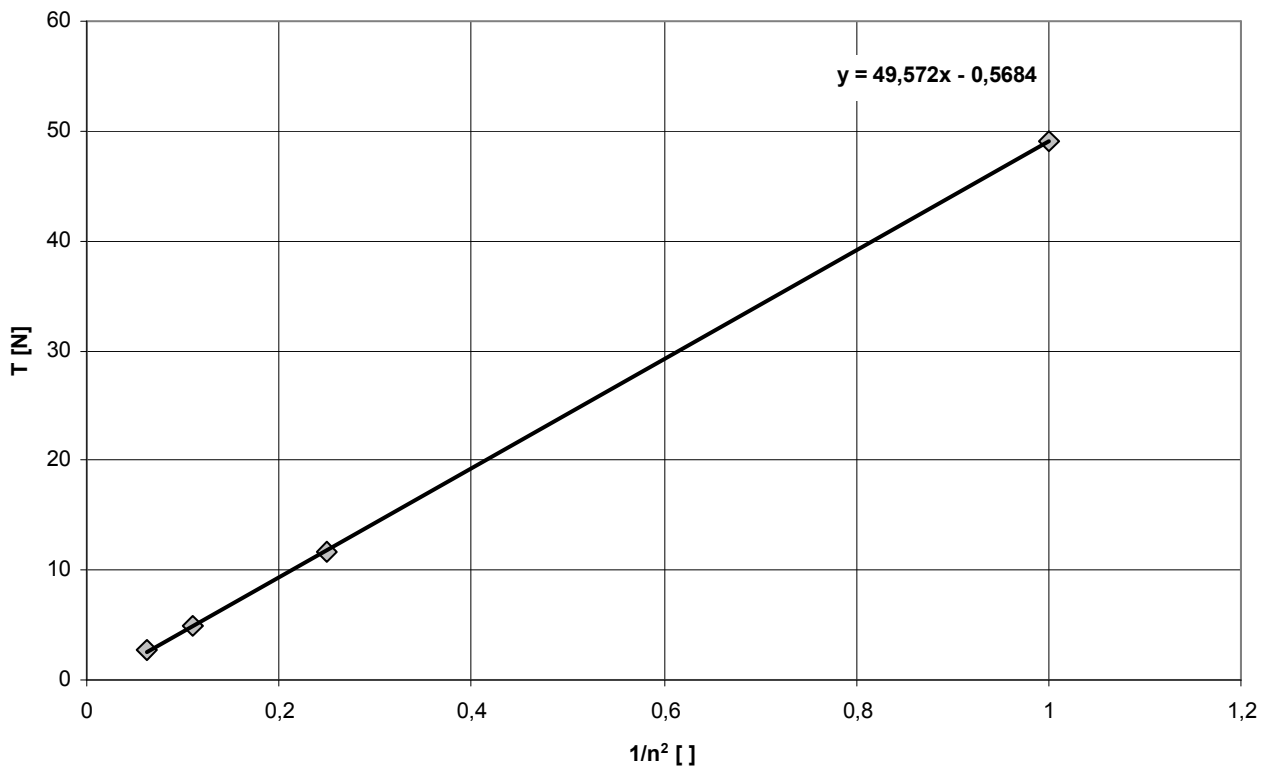
Tab. 1: Lineární hustota struny – konst. frekvence

Č. měř.	n []	ν [Hz]
1	3	11
2	5	35,4
3	7	73,2
4	9	121,5
5	11	180

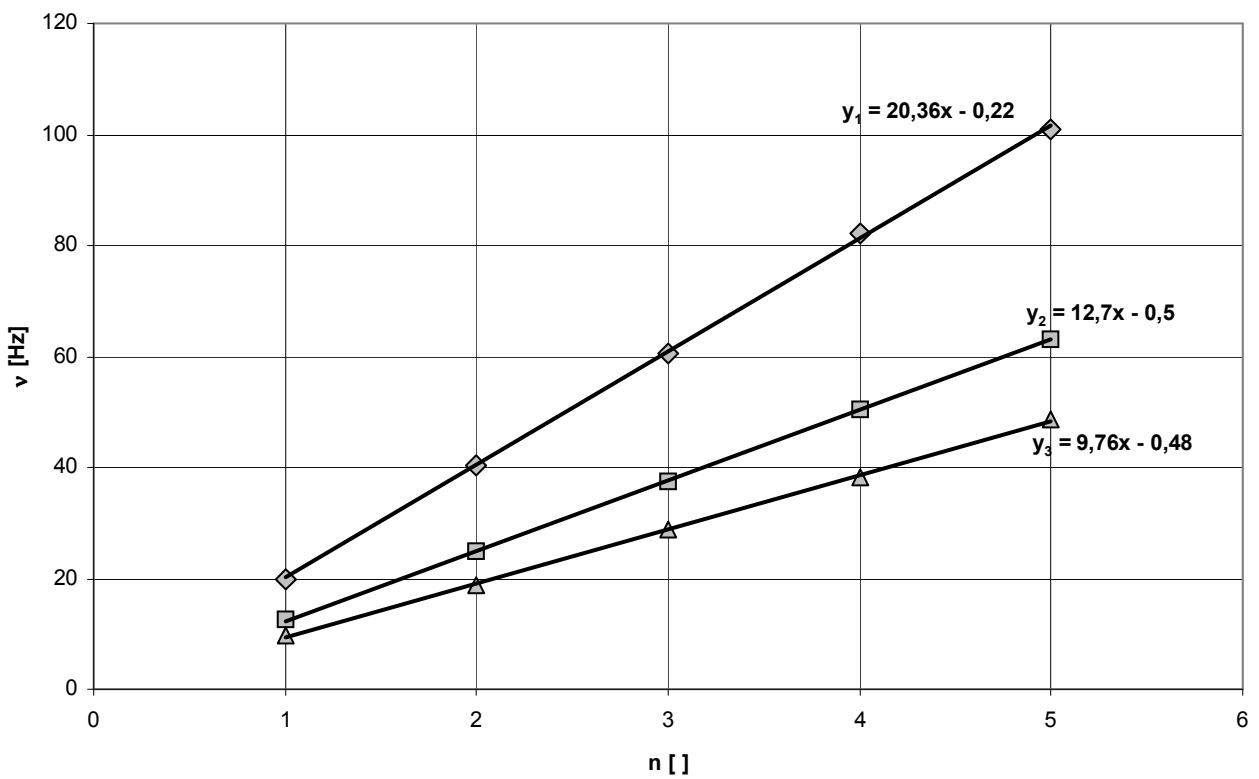
Tab. 3: Kruhová struna

Č. měř.	n []	m [kg]	ν [Hz]	a [Hz]	ρ [kgm ⁻¹]
1	1	5,000	20,0	20,36	0,01797
2	2	5,000	40,5		
3	3	5,000	60,7		
4	4	5,000	82,1		
5	5	5,000	101,0		
6	1	1,714	12,5	12,70	0,01583
7	2	1,714	24,7		
8	3	1,714	37,3		
9	4	1,714	50,3		
10	5	1,714	63,2		
11	1	0,914	9,6	9,76	0,01430
12	2	0,914	18,6		
13	3	0,914	29,0		
14	4	0,914	38,2		
15	5	0,914	48,6		
AP					0,01603

Tab. 2: Lineární hustota struny – konst. hmotnost



Graf. 1: K metodě konstantní frekvence



Graf. 2: K metodě konstantní hmotnosti

Č. měř.	n []	f [Hz]	praxe [cm]	teorie [cm]	L [cm]
1	1	96,32	K	K	89,9
2	2	289,40	31,0; K	30,4; K	89,9
3	3	475,40	18,5; 55,0; K	18,2; 54,7; K	89,9
4	4	663,22	12,0; 39,0; 65,0; K	13,0; 39,0; 65,1; K	89,9
5	5	847,32	9,5; 30,0; 50,3; 70,5; K	10,1; 30,4; 50,7; 70,9; K	89,9
6	6	1094,20	12,0; 27,5; 43,5; 59,0; 75,0; K	8,3; 24,9; 41,4; 58,0; 74,6; K	89,9

Tab. 4: Polohy pohybových kmiten v polouzavřené trubici; K – konec trubice

Č. měř.	n []	f [Hz]	praxe [cm]	teorie [cm]	L [cm]
1	1	256,40	26,5	30,0	60
2	2	578,40	14,0; 43,0	15,0; 45,0	60
3	3	867,70	10,5; 30,0; 50,0	10,0; 30,0; 50,0	60
4	4	1156,80	7,0; 22,0; 37,0; 52,0	7,5; 22,5; 37,5; 52,5	60
5	5	1446,00	6,0; 18,0; 30,5; 42,0; 54,0	6,0; 18,0; 30,0; 42,0; 54,0	60
6	6	1735,20	5,0; 15,0; 25,0; 35,0; 44,5; 54,5	5,0; 15,0; 25,0; 35,0; 45,0; 55,0	60
7	1	434,20	19,0	20,0	40
8	2	847,80	9,5; 30,0	10,0; 30,0	40
9	3	1282,80	5,5; 19,5; 32,5	6,7; 20,0; 33,3	40
10	4	1725,40	5,0; 15,0; 25,0; 35,0	5,0; 15,0; 25,0; 35,0	40
11	5	2158,50	4,0; 12,0; 20,0; 28,0; 36,0	4,0; 12,0; 20,0; 28,0; 36,0	40
12	6	2588,10	3,0; 10,0; 16,5; 23,5; 30,0; 36,5	3,3; 10,0; 16,7; 23,3; 30,0; 36,7	40

Tab. 5: Polohy pohybových kmiten v uzavřené trubici; K – konec trubice

Diskuse:

Vlnění na struně:

Lineární hustota struny mi vyšla pomocí všech metod přibližně stejně. Nejpresnější je pravděpodobně měření přímou metodou. U metody konstantní frekvence bylo velmi obtížné přesně určit hmotnost, při které struna dosáhla daného módu. Rozdíl ± 2 g nebyl vůbec znát ani při delším čekání. Přesto jsem se vždy snažil (jak v případě konstantní frekvence, tak i při hmotnosti) dosáhnout co nejstálejší a co nejvyšší amplitudy.

Resonanční trubice:

Z Tab. 1 je vidět, že k největším nepřesnostem docházelo při vyšším počtu kmiten. Přesnější bylo měření při uzavřené trubici, tedy krom hodnoty pro základní frekvenci, která se u délky trubice 60 cm liší od předpovědi o 4 cm. I přesto byla obě měření nad má očekávání přesná. Na základě analogie se stojatým vlněním na struně a naměřených hodnot u uzavřené trubice jsem pro módy odvodil vztah

$$\frac{L}{l} = \frac{n}{2} \quad (8).$$

Závěr:

V první části jsem měřil lineární hustotu struny. Pomocí tří různých metod jsem dospěl k následujícím výsledkům (Tab. 6):

Metoda	ρ [gm ⁻¹]
Konstantní frekvence	18,82 ± 2,00
Konstantní hmotnost	16,03 ± 1,07
Přímá metoda	16,38 ± 0,01

Tab. 6: Lineární hustota struny různými metodami

Lineární hustota struny byla tedy přibližně $\rho = 17 \text{ gm}^{-1}$.

V druhé části jsem hledal polohy kmiten a uzlů pro polouzavřenou a uzavřenou trubici a porovnával je s teoretickými výpočty. Výsledky si přibližně odpovídají. Vztah pro rezonanční módy uzavřené trubice je podle mne

$$\frac{L}{l} = \frac{n}{2} \quad (8).$$

Použitá literatura:

- [1] <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Praktika/Struna/praktika/praktika.pdf>
- [2] <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Praktika/ResTube/praktika/praktika.pdf>